

# Zum Problem der regelmäßigen Relaxationsimpulse von Kristalllasern

DIETER RÖSS

Zentral-Laboratorium für Nachrichtentechnik der Siemens AG, München

(Z. Naturforschg. 22 a, 822—827 [1967]; eingegangen am 14. Januar 1967)

In stabilen Resonatoren großer FRESNEL-Zahl sind die theoretischen Beugungsverluste der Moden niedriger Ordnung verschwindend klein. Die Einschwingzeit diskreter transversaler Moden ist proportional dem reziproken Beugungsverlust und wird im Impulsbetrieb größer als die durch die thermische Resonatorausdehnung definierte spektrale Stabilitätszeit eines Mode. Die Hypothese wird diskutiert, daß durch das Zusammenwirken der beiden Effekte in gekrümmten Resonatoren die Ausbildung diskreter Transversalmoden im Impulsbetrieb verhindert wird; die beobachtete Emission entspricht einem Kontinuum nicht aufgelöster Transversalmoden. Bei Annahme endlich großer Beugungsverluste ergeben sich Kriterien für regelmäßige Relaxationsschwingungen, die nur in der Nähe stabiler Grenzlagen (fast eben, konzentrisch oder konfokal) erfüllt sind.

Als entdämpfender Effekt für das Auftreten ungedämpfter, periodischer Relaxationsimpulse wird die thermische Resonanzdrift diskutiert, als zusätzlicher dämpfender Effekt bei sehr hoher Modenzahl die spontane Emission.

## 1. Problemstellung

Festkörperlaser, insbesondere Rubinlaser, zeigen eine ausgeprägte Modulation ihrer Emission<sup>1</sup>. In Abb. 1 sind drei für Impulslaser charakteristische Emissionsbilder gezeigt: a) mehr oder weniger regellose Einzelimpulse und Impulsfolgen; b) gedämpftes Einschwingen auf einen Gleichgewichtswert; c) streng periodische, ungedämpfte Impulse.

Entgegen dem ersten Eindruck zeigt die genaue experimentelle Analyse, daß der Fall a) im Rahmen der bekannten Vorstellungen einfacher zu erklären ist als die beiden anderen Erscheinungsformen. Er ist typisch für Laser hoher transversaler Modenselektion. Die gegenseitige Modulation verschiedener axialer Moden des gleichen transversalen Modentyps sowie die nahezu additive Überlagerung verschiedener transversaler Moden führt zu der komplizierten, in der Modensumme scheinbar regellosen Emission<sup>2</sup>.

Der Fall b) entspricht qualitativ den Lösungen der Bilanzgleichungen für einen von Strahlung homogen erfüllten Resonator<sup>3,4</sup>. In Rubinlasern mit einem einzigen selektierten Mode ist die Übereinstimmung der experimentellen Beobachtung mit der Theorie<sup>3,4</sup> auch quantitativ<sup>5</sup> — so nimmt z. B. die Dämpfung der Relaxationsschwingung mit der Pumpleistung zu.

Daneben wird b) auch in ausgesprochenen Multimode-Resonatoren beobachtet, teilweise allerdings

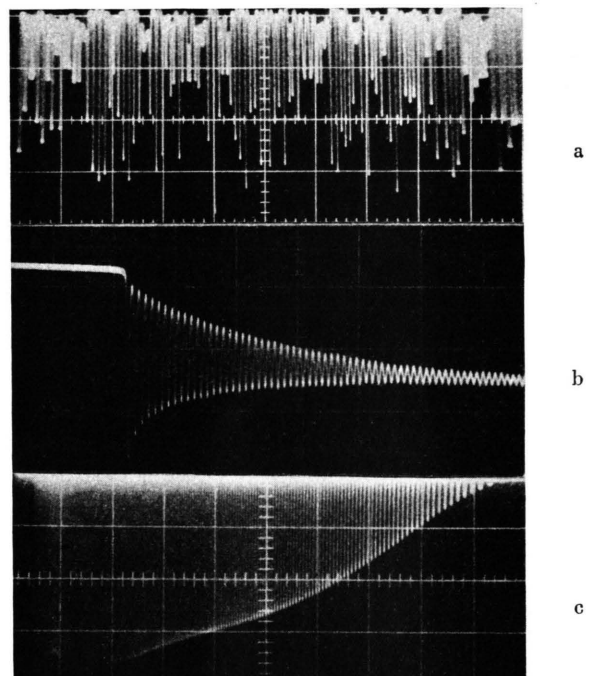


Abb. 1. Typische Relaxationsschwingungen von Rubinlasern. a) Unregelmäßige Schwingungen. Ebener Resonator niedriger FRESNEL-Zahl; 40  $\mu$ s/Einheit (Ausschnitt aus Impuls von 2 ms Länge). b) Gedämpftes Einschwingen eines Multimode-Resonators (Torus); 20  $\mu$ s/Einheit. c) Periodische Impulse; konfokaler Resonator hoher Güte mit Außenspiegel; relativ kleine FRESNEL-Zahl; gleichmäßige Ausleuchtung des Lasermaterials; 200  $\mu$ s/Einheit.

<sup>1</sup> D. Röss, Laser-Lichtverstärker und -Oszillatoren, Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt 1966. Zur umfangreichen Originalliteratur über Relaxationsschwingungen sei auf die Literatursammlung Kap. XII hingewiesen.

<sup>2</sup> D. Röss, J. Appl. Phys. 37, (9) 3587 [1966].

<sup>3</sup> H. STATZ, C. LUCK, C. SHAFER u. M. CIFTAN, Advances in Quantum Electronics (Ed. J. SINGER), Columbia University Press, New York 1961, S. 342 ff.

<sup>4</sup> R. DUNSMUIR, J. Electronics Control 10, (1) 453 [1961].

<sup>5</sup> D. Röss, Appl. Phys. Letters 8, (5) 109 [1966].



bei einer mit der Pumpleistung abnehmenden Dämpfung. Dieser Befund läßt sich durch Berücksichtigung der spontanen Emission theoretisch begründen<sup>6</sup>; immerhin ist noch nicht hinreichend klar, warum die bei kleiner Modenzahl beobachteten Instabilitäten hier völlig wirkungslos bleiben.

Praktisch ungeklärt ist der Fall c) periodischer Relaxationsimpulse. Vereinzelt theoretische Erklärungsversuche beruhen auf sehr speziellen Voraussetzungen<sup>7-10</sup>, während die experimentelle Erfahrung zeigt, daß die Erscheinung allgemeiner Art ist und in verschiedenen Lasermaterialien wie Rubin oder Neodymglas gleichermaßen auftritt, wenn geeignete Resonatoren verwendet werden. In einem Fall wurden in einem einzigen Resonator bei geringfügiger Veränderung des Spiegelabstandes alle drei Emissionsformen nebeneinander beobachtet<sup>10a</sup>. Die Vermutung liegt daher nahe, daß ein relativ einfacher, allgemeiner Effekt der Erscheinung zugrundeliegt.

Wir begründen im folgenden eine Hypothese<sup>1</sup>, nach der langzeitliche Resonatorinstabilitäten, wie z. B. die thermische Resonatordrift im Impulsbetrieb in gewissen Resonatoren eine Ausbildung diskreter Moden verhindert. Die in den Fällen b), c) beobachtete Emission entstammt danach einem Kontinuum gekoppelter Moden, so daß die tiefere Ursache für die in Lasern hoher Modenselektion beobachteten Instabilitäten entfällt. Weiter wird die thermische Resonatordrift als entdämpfender Effekt diskutiert. Aus den Überlegungen folgen Kriterien für experimentelle Bedingungen, unter denen regelmäßige Emission zu erwarten ist.

## 2. Thermische Resonatordrift

Als Beispiel einer langzeitlichen Instabilität betrachten wir die thermische Resonatordrift. Durch strahlungslose Übergänge wird während des Pumpprozesses im Lasermaterial thermische Energie frei. Im kontinuierlichen Betrieb bildet sich ein Temperaturgradient zum gekühlten Rand aus, im Impulsbetrieb ein zeitlicher Temperaturanstieg. Mit den in<sup>1</sup> angegebenen Materialparametern ist in normaldotiertem Rubin (0,035% Cr<sup>3+</sup>) die Temperaturdrift

gegeben durch

$$\frac{dT}{dt} = \frac{0,43}{\tau} \frac{P}{P_0} \text{ grad s}^{-1}. \quad (1)$$

$P/P_0$  ist das Verhältnis der Pumpleistung zur Schwellpumpleistung,  $\tau = 3 \cdot 10^{-3}$  s die spontane Lebensdauer.

Für die folgenden Abschätzungen nehmen wir einen Wert  $P/P_0 = 10$  an, entsprechend der dreifachen Schwellenergie in einem Pumpimpuls von einer knappen Millisekunde Dauer. Damit erhalten wir

$$\frac{dT}{dt} = 1,43 \cdot 10^3 \text{ grad s}^{-1}. \quad (2)$$

Die Temperaturdrift führt wegen der damit verbundenen Ausdehnung des Lasermaterials und Erhöhung des Brechungsindex zu einer Verstimmung der axialen Resonanzen. Wir nehmen einfacherweise an, daß das Lasermaterial der Länge  $l$  mit dem Brechungsindex  $\mu$  beidseitig fest verspiegelt sei. Für die Frequenzdrift der Resonanzen  $\nu_R$  gilt dann nach<sup>1</sup>

$$\frac{1}{\Delta\nu_R} \frac{d\nu_R}{dT} = - \frac{2l\mu}{\lambda_0} \left( \frac{1}{l} \frac{dl}{dT} + \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dT} \right) \quad (\lambda_0 = 0,694 \text{ } \mu\text{m} \text{ für Rubin}) \quad (3)$$

$$\Delta\nu_R = \frac{c}{2l\mu} : \text{ axialer Modenabstand.}$$

Gl. (3) gilt auch bei Verwendung eines Außenspiegels, wenn auf der rechten Seite für  $l$  nur die Länge des Lasermaterials eingesetzt wird. Mit den Materialparametern für Rubin<sup>1</sup> erhalten wir die Zahlenwertgleichung

$$\frac{1}{\Delta\nu_R} \frac{d\nu_R}{dT} = -0,67 l \text{ grad}^{-1}. \quad (4)$$

Mit Gl. (2) ergibt sich eine zeitliche Drift der Resonanzfrequenz von

$$\frac{1}{\Delta\nu_R} \frac{d\nu_R}{dt} = -0,96 \cdot 10^3 l \text{ s}^{-1}. \quad (5)$$

## 3. Bandbreite einer Resonanz

Im eingeschwungenen Zustand ist die Bandbreite einer Resonanz für  $1 - V/R \ll 1$  nach [s. Anm. 1, Gln. (5-58)] gleich:

$$\delta\nu = \frac{\Delta\nu_R}{2\pi} |1 - V/R|, \quad (6)$$

$V$  Verstärkung;  $R$  mittlere Spiegelreflexion.

<sup>6</sup> D. Röss, Z. Naturforschg. **19 a**, (10) 1169 [1964].

<sup>7</sup> K. SHIMODA, Optical Masers (Ed. J. Fox), Polytechnic Press, New York 1963, S. 95 ff.

<sup>8</sup> J. A. FLECK u. R. E. KIDDER, J. Appl. Phys. **35**, (10) 2825 [1964].

<sup>9</sup> N. G. BASOV et al., Sov. Phys. Dokl. **10**, (6) 516 [1965], russ.: **162**, (4) 781 [1965].

<sup>10</sup> N. G. BASOV et al., Dokl. Akad. Nauk SSSR **168**, (3) 547 [1966].

<sup>10a</sup> R. V. POLE u. H. WIEDER, Appl. Optics **3**, (9) 1086 [1964].

Im Einschwingvorgang nach Abb. 2 ist Gl. (6) nur in adiabatischer Näherung verwendbar. Wir entnehmen aus Abb. 2, daß während des Einschwingens die Inversion (entsprechend  $V-1$ ) höchstens um

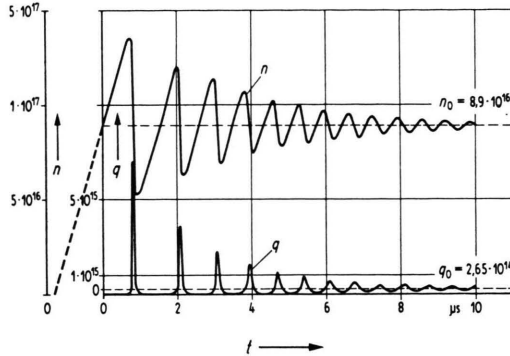


Abb. 2. Inversion  $n$  und Quantenzahl  $q$  während des Einschwingvorgangs. Numerische Lösung der Bilanzgleichungen<sup>1</sup>;  $n_0, q_0$ : Gleichgewichtswerte.

50% vom Gleichgewichtswert abweicht und erhalten damit die obere Abschätzung:

$$\delta\nu \leq \frac{\Delta\nu_R}{2\pi} \left| 1 - R \frac{3-R}{2} \right|. \quad (7)$$

Während der schnellen Inversionsänderungen  $\Delta n/\Delta t$  gilt andererseits nach dem FOURIER-Theorem die untere Abschätzung:

$$\delta\nu \geq \frac{1}{2\pi \Delta t}. \quad (8)$$

Bei einer typischen Dauer des Relaxationsimpulses von  $0,5 \mu\text{s}$  und einer Spiegelreflexion  $R=0,95$  schätzen wir die Breite der Resonanz für  $l=7,5 \text{ cm}$  innerhalb der Grenzen:

$$\frac{1}{2\pi \Delta t} \frac{2l}{c} \leq \frac{\delta\nu}{\Delta\nu_R} \leq \frac{1}{2\pi} \left| 1 - R \frac{3-R}{2} \right|, \quad (9)$$

$$2,8 \cdot 10^{-4} \leq \frac{\delta\nu}{\Delta\nu_R} \leq 4,3 \cdot 10^{-3}.$$

Zwischen zwei Relaxationsimpulsen mit typischerweise  $5 \mu\text{s}$  Abstand beträgt die Drift der Resonanzfrequenz nach Gl. (5) für  $l=7,5 \text{ cm}$ :

$$\delta\nu_R/\Delta\nu_R = 3,6 \cdot 10^{-2}. \quad (10)$$

Die Frequenzdrift zwischen zwei Relaxationsimpulsen ist damit erheblich größer als die Resonanzbandbreite nach Gl. (9). Es ist als sicher anzunehmen, daß dieser Effekt entdämpfend auf den Einschwingvorgang wirkt, da damit die Speicherwirkung des

Resonators in der momentanen Eigenfrequenz aufgehoben wird. Da die Frequenzdrift proportional zur Pumprate wächst, sollte das damit verursachte anomale Relaxationsverhalten bei hoher Pumpleistung und hoher Spiegelreflexion besonders ausgeprägt sein. Dies scheint die experimentelle Erfahrung zu bestätigen.

Es wird analytisch nachzuweisen sein, daß die so verursachte Entdämpfung ausreichend hoch ist, um die normale Dämpfung der Relaxationsschwingung überzukompensieren. Dabei ist in den die Phase der Schwingung enthaltenden erweiterten Bilanzgleichungen<sup>11, 12</sup> eine zeit- und pumpleistungsabhängige Eigenfrequenz des Resonators zu berücksichtigen.

#### 4. Einschwingzeit und Frequenzauflösung transversaler Moden

Die vorhergehenden Überlegungen geben Argumente dafür, daß die thermische Frequenzdrift als entdämpfender Effekt anzusehen ist. Damit ist aber noch nicht geklärt, warum es möglich ist, daß eine große Zahl von transversalen Moden so schwingt, daß die bei hoher Modenselektion zu beobachtenden Wechselwirkungen völlig entfallen. Außerdem ist die Frequenzdrift in allen Resonatoren existent, während nur in bestimmten Resonatoren regelmäßige Schwingungen auftreten, und zwar bevorzugt in der Nähe stabiler Grenzlagen bei einer hohen Zahl aktiver transversaler Moden (fast ebener, konzentrischer oder konfokaler Resonator).

Wir wollen nachweisen, daß in solchen Resonatoren als Folge der thermischen Frequenzdrift keine diskreten transversalen Moden auftreten können, so daß die beobachtete Emission einem eng gekoppelten Kontinuum transversaler Moden entspricht.

Nach dem Einschalten des Lasers vergeht die Zeit  $\Delta t_{m-p}$  bis der Mode  $\text{TEM}_{m0}$  über den Mode  $\text{TEM}_{p0}$  infolge seines kleineren Beugungsverlustes  $\delta_{m0} < \delta_{p0}$  dominiert (einfacherweise betrachten wir im folgenden nur eine Ordnungszahl). Es gilt<sup>1</sup>:

$$\Delta t_{m-p} = \frac{1}{2 \Delta\nu_R} \frac{1}{\delta_p - \delta_m}. \quad (11)$$

Wenn die thermische Drift der Resonanzfrequenzen in der Einschwingzeit eines Mode größer ist als die Frequenzauflösung transversaler Moden, dann können sich in dem Resonator keine diskreten trans-

<sup>11</sup> C. L. TANG, H. STATZ u. G. DEMARS, J. Appl. Phys. **34**, (8) 2289 [1963].

<sup>12</sup> H. HAKEN u. H. SAUERMAN, Z. Physik **173**, (3) 261 [1963].

versalen Moden ausbilden. Wir fragen nach dem Bereich  $m$ , in dem die Transversalmoden, bezogen auf den Grundmode, unbestimmt bleiben; das entsprechende Kriterium lautet:

$$\Delta t_{m-0} \frac{d\nu_R}{dt} \geq \nu_m - \nu_0. \quad (12)$$

Für die Grenzfälle des ebenen oder konzentrischen Resonators gilt <sup>1</sup>:

$$\nu_m - \nu_0 = \Delta\nu_R \frac{1}{16} \frac{1}{N} [(m+1)^2 - 1], \quad (13)$$

$$\delta_m = \frac{0,2(m+1)^2}{N^{3/2}}. \quad (14)$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte überzeugt man sich sofort, daß selbst für sehr hohe FRESNEL-Zahlen bis  $N < 10^3$  die Einschwingzeit transversaler Moden so kurz ist, daß stets diskrete Transversalmoden auftreten; Gl. (12) ist auch für  $m = 1$  nicht zu erfüllen.

Beim Herausrücken aus den Grenzlagen fallen die Beugungsverluste sehr stark ab, während die Frequenzdifferenzen der transversalen Moden nur langsam zunehmen. In hinreichendem Abstand von der Grenzlage gilt <sup>1</sup>:

$$\nu_m - \nu_0 = \frac{\Delta\nu_R}{\pi} m \cos^{-1} \left| 1 - \frac{l}{R} \right|. \quad (15)$$

Wir definieren  $\varepsilon \ll 1$  als Abweichung aus der Grenzlage nach:

$$\varepsilon = \sqrt{2 \frac{l}{R} - \left( \frac{l}{R} \right)^2} \quad (16)$$

konzentrische Grenzlage:  $\frac{l}{2R} \approx 1 - \frac{\varepsilon^2}{4}$ ,

ebene Grenzlage:  $\frac{l}{2R} \approx \frac{\varepsilon^2}{4}$

und erhalten in der Nähe der äußeren Grenzlagen mit  $\cos^{-1} |1 - l/R| \approx \varepsilon$ :

$$\nu_m - \nu_0 = \frac{\Delta\nu_R}{\pi} m \varepsilon. \quad (17)$$

Das Kriterium Gl. (12) lautet hier mit  $\delta_m \gg \delta_0$ :

$$m \delta_m \varepsilon \leq \frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{\Delta\nu_R} \right)^2 \frac{d\nu_R}{dt}. \quad (18)$$

Für das Zahlenbeispiel gilt

$$m \delta_m \varepsilon = 10^{-7} l = 5,6 \cdot 10^{-6}. \quad (19)$$

Für die Verluste des allgemeinen konfokalen Resonators mit Kreisspiegeln läßt sich aus <sup>13</sup> für  $m \gg 1$  die Beziehung ableiten (wir betrachten nur die Abhängig-

keit von der radialen Ordnungszahl  $m$ ):

$$\delta_m = \frac{1}{m+1} \left( \frac{8\pi e N \varepsilon}{m} \right)^{2m+1} e^{-4\pi N \varepsilon}, \quad m \gg 1. \quad (20)$$

Für die Zahlenwerte  $\varepsilon = 10^{-1}$ ,  $N = 100$  ist Gl. (19) z. B. bis  $m \leq 15$ ; für  $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-1}$ ,  $N = 100$  bis  $m \leq 32$  erfüllt.

Bereits bei einer kleinen Abweichung aus der Grenzlage werden die Moden bis zu sehr hohen Ordnungen undefiniert, da die Beugungsverluste bei nur langsam wachsendem Frequenzabstand schnell kleiner werden. Innerhalb der durch die thermische Frequenzdrift gegebenen Zeit kann sich kein diskreter Transversalmode ausbilden.

Da nach Gl. (20) der Beugungsverlust stärker als mit  $1/\varepsilon$  abnimmt, sollte das Kriterium Gl. (19) mit zunehmender Abweichung  $\varepsilon$  stets besser erfüllt sein.

Hier ist einzuwenden, daß es unrealistisch ist, beliebig kleine Beugungsverluste anzunehmen. Für  $N = 100$ ;  $\varepsilon = 0,5$ ;  $m = 100$  wäre z. B. nach Gl. (20)  $\delta_{100} = 10^{-160}$ . In Wirklichkeit werden kleine Inhomogenitäten der Resonatorspiegel, der Materialoberflächen und des Lasermaterials zu endlichen, für verschiedene Moden nicht gleichartigen Beugungsverlusten führen; dabei ist allerdings die Verteilung der Verluste auf Moden verschiedener Ordnung nicht wohldefiniert wie etwa in Gl. (20).

Wenn wir als untere Grenze der Unterschiede in den Beugungsverlusten setzen:

$$(\delta_m - \delta_p)_{\min} = \delta_{\min}, \quad (21)$$

dann erhalten wir das zusätzliche Kriterium:

$$m \delta_{\min} \varepsilon \leq \frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{\Delta\nu_R} \right)^2 \frac{d\nu_R}{dt}, \quad (22)$$

das  $\varepsilon$  nach oben hin begrenzt.

Unter der Annahme endlicher Beugungsverluste ist die Existenz eines undefinierten Modenkontinuums auf einen engen Bereich in der Nähe der stabilen Grenzlagen beschränkt.

Ähnliche Überlegungen lassen sich für die konfokale Grenzlage durchführen; hier entarten mit  $\varepsilon - 1 \ll 1$  ebenfalls transversale Moden. Analoge Schritte führen zu dem Kriterium:

$$m \delta_{\min} \sqrt{1 - \varepsilon} < \frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{\Delta\nu_R} \right)^2 \frac{d\nu_R}{dt}. \quad (23)$$

Wegen der verschwindenden Beugungsverluste nach Gl. (20) in der konfokalen Stellung haben wir in Gl. (24) bereits endliche Verluste  $\delta_{\min}$  angenommen.

In Festkörperlasern werden stets Moden bis zur höchsten Ordnung  $\bar{m}$  schwingen, deren Fleckgröße  $w$

<sup>13</sup> D. SLEPIAN, Bell Syst. Techn. J. **43**, (11) 3009 [1964].



kleiner/gleich dem Radius  $a$  des invertierten Bereichs ist. Aus der Beziehung für die transversalen Moden<sup>1</sup>

$$w = w_0 \sqrt{2\bar{m} + 1} \quad (24)$$

erhalten wir die höchste auftretende Ordnung zu:

$$\bar{m} = \frac{N\pi^2}{2}\varepsilon - 1 \approx \frac{N\pi^2}{2}\varepsilon \quad \text{für } m \gg 1. \quad (25)$$

Es ist also bei den äußeren Grenzfällen mit  $\varepsilon \ll 1$  die Zahl der Transversalmoden klein gegen die in der Nähe des inneren (konfokalen) Grenzfalles mit  $\varepsilon - 1 \ll 1$ .

## 5. Zusammenfassung

Unter der Annahme endlicher Unterschiede der Beugungsverluste der transversalen Moden existieren in Impulslasern enge Bereiche in der Nähe der stabilen Resonator-Grenzlagen (eben, konzentrisch, konfokal), in denen für große FRESNEL-Zahlen die Transversalmoden nicht diskret aufgelöst sind, sondern als Kontinuum schwingen. Die Ursache des Effektes ist, daß bei kleinen Beugungsverlusten und kleinen Frequenzabständen der Moden die Resonanzen innerhalb der Ausbildungszeit eines Mode über viele Moden thermisch durchgestimmt werden.

Die thermische Änderung der Resonatorfrequenz zwischen zwei Relaxationsimpulsen ist für typische Parameter von Rubinlasern größer als die Bandbreite der Resonanz, und zwar ist das Verhältnis dieser Größen proportional der Pumpleistung und nimmt mit der Spiegelreflexion zu. Dieser Prozeß wirkt entdämpfend auf die Relaxationsschwingungen, und wir nehmen vorbehaltlich eines späteren analytischen Beweises an, daß er die Ursache für die Beobachtung ungedämpfter periodischer Einzelimpulse in der Nähe der beiden äußeren Grenzlagen ist.

Nahe der inneren, konfokalen Grenzlage ist die Zahl der Moden sehr viel höher als in den sonst vergleichbaren äußeren Grenzlagen. Die Leistung pro Mode ist daher nicht sehr groß gegen die spontane Emission, und nach dem bei<sup>6</sup> diskutierten Effekt tritt eine erhöhte Dämpfung der Einschwingvorgänge auf.

Es ist plausibel, hier das Kriterium zu sehen, das in der Nähe der konfokalen Stellung in der Regel wieder zu gedämpften, regelmäßigen Schwingungen führt.

Auf Grund der Überlegungen lassen sich Regeln aufstellen, wie die beiden anomalen Relaxationsverhalten experimentell erreicht werden können:

### a) Periodische Impulse

Resonator in der Nähe der konzentrischen oder der ebenen Grenzlage; hohe Resonatorgüte; große FRESNEL-Zahl; Modenzahl so, daß die Leistung pro Mode noch groß gegen die spontane Emission ist; hohe Pumpleistung. Oder: Resonator in der Nähe der konfokalen Stellung; hohe Resonatorgüte; relativ kleine FRESNEL-Zahl, so daß die Leistung pro Mode noch groß gegen die spontane Emission ist; hohe Pumpleistung.

### b) Gedämpftes Einschwingen

Resonator in der Nähe der Grenzlage, vorzugsweise der konfokalen Stellung; große FRESNEL-Zahl, so daß die Leistung pro Mode nicht sehr groß gegen die spontane Emission ist; mäßige Resonatorgüte.

Für alle Fälle ist es notwendig, modenselektive Resonatorfehler wie Kratzer auf Spiegeln und Oberflächen oder Materialfehler zu vermeiden, um regelmäßige Schwingungen zu erhalten.

In anderen Resonatorarten wie Fiberresonatoren oder Ringresonatoren ist entsprechend zu fordern: nahezu entartete Frequenzen bei kleinen Beugungsverlusten; mäßig hohe (periodische Impulse) oder sehr hohe (gedämpfte Emission) Modenzahl.

Die so abgeleiteten Regeln scheinen die experimentelle Erfahrung gut wiederzugeben. Die Untersuchungen von SVELTO<sup>14</sup> zeigen, daß für regelmäßig pulssierende Laser ein Strahl ohne Maxima und Minima, d. h. ohne diskrete Transversalmoden charakteristisch ist. DANEU<sup>15</sup>, ZUBAREV<sup>16</sup> und KONYNKHOV<sup>16a</sup> zeigten, daß die Resonanzfrequenz sich während der Emission kontinuierlich verschiebt und daß die ganze Emission in einer diffusen Resonanz konzentriert ist. Weiter bestätigen sie die Beobachtungen von GÜRS<sup>17</sup>, nach denen gedämpfte, regelmäßige Schwingungen in fast konfokalen Resonatoren auftreten. Die Änderung der

<sup>14</sup> C. A. SACCHI u. O. SVELTO, IEEE J. Quant. Electr. QE-1, (9) 398 [1965].

<sup>15</sup> V. DANEU, R. POLLONI, C. A. SACCHI u. O. SVELTO, in Vorbereitung.

<sup>16</sup> T. N. ZUBAREV u. A. K. SOKOLOV, Sov. Phys. Dokl. **9**, (11) 1006 [1965] u. Sov. Phys.—Solid State **6**, (9) 2065 [1965].

<sup>16a</sup> V. A. KONYNKHOV, L. A. KULEVSKII, A. M. PROKHOROV u. A. K. SOKOLOV, Soviet Phys.-Doklady **9** (10), 875 [1965].

<sup>17</sup> K. GÜRS, Z. Naturforsch. **18a**, 1363 [1963].

effektiven FRESNEL-Zahl durch den pumpleistungsabhängigen invertierten Querschnitt macht außerdem den Wechsel von unregelmäßiger, mit diskreten Moden verbundenen Emission in der Nähe der Schwelle, zu regelmäßiger, diffuser Emission bei hoher Pumpleistung verständlich <sup>4, 17</sup>.

Soweit wir nur die thermische Resonatordrift als Störung betrachten, sollten periodische oder gedämpft periodische Relaxationsschwingungen bei Multimode-Resonatoren nur in Impulslasern auftreten. Tatsächlich wurde bei streng kontinuierlich gepumpten Lasern im thermischen Gleichgewicht bisher eine solche Emission nicht beobachtet. Bei hoher Modenselektion, aber Multimodefunktion, treten quasiperiodische, durch Wechselwirkung verschiedener Moden stark gestörte Impulsserien auf <sup>18-20</sup>; bei niedriger Modenselektion entsteht durch die Vielzahl der Moden in der Modensumme ein hoher kontinuierlicher Anteil, dem aber stets Störungen überlagert sind.

Zusätzlich treten weitere Störungen auf wie die von SCHAAK berechnete Verkipfung der Resonatorspiegel bei unsymmetrischer Beleuchtung <sup>21</sup>, eine zeitliche Änderung des Krümmungsradius als Folge thermischer Gradienten <sup>1</sup> und Spiegelvibrationen bei Verwendung von Außenspiegeln <sup>5</sup>. Es hat jedoch den Anschein, als ob diese Effekte neben den diskutierten Phänomenen als langfristig angesehen werden können.

Nicht ohne weiteres selbstverständlich ist die Beobachtung, daß im Falle regelmäßiger Schwingungen in der Regel nur eine axiale Resonanz angeregt wird, was natürlich wesentlich zur Vereinfachung des Schwingungsverhaltens beiträgt. Es ist plausibel, die Ursache darin zu sehen, daß ein Kontinuum transversaler Moden in der Lage ist, die Inversion im ganzen Materialvolumen abzubauen, im Gegensatz zu einer wohldefinierten stehenden Welle.

<sup>18</sup> D.F. NELSON u. W.F. BOYLE, Appl. Optics **1**, (2) 181 [1962].

<sup>19</sup> D. RÖSS, Z. Naturforsch. **20 a**, (12) 1655 [1965].

<sup>20</sup> D. RÖSS, IEEE J. Quant. Electr. QE-2, (8) 208 [1966].

<sup>21</sup> G. SCHAAK, im Druck.